

مدل ریاضی بررسی

فرآیندهای جریان آب و انتقال املاح

در خاک با استفاده از متد عناصر محدود

## مدل ریاضی بررسی فرآیندهای جریان آب و انتقال املاح در خاک با استفاده از

### متد عناصر محدود

احمد لطفی صدیق - استادیار گروه آبیاری و آبادانی دانشکده کشاورزی دانشگاه تبریز

حسین سوری علی آبادی - دانشجوی کارشناس ارشد آبیاری و زهکشی دانشکده کشاورزی دانشگاه تبریز

#### چکیده :

جهت بررسی چگونگی حرکت آب و املاح در خاک ، مطالعات يك بعدی حرکت قائم جریان غیرماندگار آب و املاح در محیط متخلخل غیر اشباع با استفاده از متد عناصر محدود حل شده است . در این بررسی نحوه حرکت آب و املاح در ستون خاک حدفاصل سطح خاک تا سطح ایستابی در نظر گرفته شده و در این راستا از المانهای خطی استفاده گردیده است . جهت کنترل مدل ، نتایج حاصله با نتایج مدل پیکنوزوگیلهم ( ۱۹۸۰ ) مورد مقایسه قرار گرفته و محووانی مطلوب مشاهده شده است .

#### مقدمه :

پیش بینی و درک فرآیندهای انتقال املاح در خاک به منظور مدیریت شوری و قلیائیت خاکها از جهت کنترل آن در دنیا مورد توجه فراوان قرار گرفته و کتب و مقالات متعددی در این خصوص انتشار یافته است که در آنها معادلات مربوط به حرکت و انتقال مواد برای تعیین غلظت يك یا مجموعه مواد شیمیائی در خاک بصورت تابعی از مکان و زمان بسط یافته است .

در ایران با توجه به شرایط اقلیمی و موقعیت خاص جغرافیائی که دارای مشکل کمبود آب و ووشور اراضی شور و قلیائی باشد ضرورت حفظ کیفیت منابع آب و اراضی زراعی بمنظور بهره برداری بهینه و منطقی از آنها با استفاده از روشهای جدید و امکانات پیشرفته محاسباتی همراه با تنظیم مدلهای فیزیکی و ریاضی از اهمیت زیادی برخوردار است . با چنین دیدگاهی مدل حاضر تنظیم گردیده است . در این مدل چگونگی حرکت آب و املاح در محیط متخلخل غیر اشباع با توجه به معادلات دیفرانسیل جزئی حاکم بر جریان در حالت يك بعدی بررسی شده است . این معادلات غیر خطی بوده و با استفاده از روشهای عددی حل میشوند که در این مدل از متد عناصر محدود و روش استاندارد گالرکین استفاده شده است .

معادلات حاکم :

معادله یک بعدی جریان قائم آب در محیط غیر اشباع که به معادله ریچارد معروف است

بصورت زیر می باشد .

$$Lw(h) = \frac{\partial}{\partial z} [K(h) \frac{\partial h}{\partial z} - K(h)] - Cw(h) \frac{\partial h}{\partial t} = 0 \quad (1)$$

که در آن :

$h$  - ارتفاع پتانسیل آب خاک (منفی برای جریان غیر اشباع)  $[L]$  ،  $Z$  عمق خاک (مثبت

بطرف پائین)  $[L]$  ،  $K(h)$  هدایت هیدرولیکی  $[LT^{-1}]$  ،  $Cw(h)$  ظرفیت ویژه

رطوبتی خاک  $(L^{-1})$  و  $t$  زمان است  $[t]$  .

دبی واحد بعنوان تابعی از رطوبت خاک یا پارامتریک با استفاده از قانون داری بفرم زیر بیان

میشود :

$$q = v \theta = -K(h) \left[ \frac{\partial h}{\partial z} - 1 \right] \quad (2)$$

که در آن :

$\theta$  - رطوبت حجمی خاک  $[L^3 \cdot L^{-3}]$  ،  $v$  سرعت متوسط آب بین دانه ای است .

$[LT^{-1}]$  . معادله یک بعدی حاکم بر انتقال املاح با استفاده از قانون فیک<sup>(۱)</sup> تحت تاثیر دو پدیده

جابجایی و پخشیدگی بصورت زیر بیان می شود .

$$L_s(C) = \frac{\partial}{\partial z} \left[ \theta D(\theta, v) \frac{\partial C}{\partial z} \right] - \frac{\partial}{\partial z} (qc) - \frac{\partial}{\partial t} (\theta c) = 0 \quad (3)$$

که در آن :

$C$  - غلظت املاح  $[ML^{-3}]$  ،  $(\theta$  و  $v)$  ،  $D$  ضریب پراکندگی هیدرودینامیکی

$[L^2T^{-1}]$  و  $q$  دبی واحد حجمی  $[LT^{-1}]$  است .

ضریب پراکندگی هیدرودینامیکی بصورت زیر توسط برسلر<sup>(۲)</sup> (۱۹۷۳) و نیلسون<sup>(۳)</sup> (۱۹۸۶)

ارائه شده است .

است ثابت و به توزیع اندازه منافذ خاک بستگی دارد و بیانگر میزان کاهش در هدایت هیدرولیکی

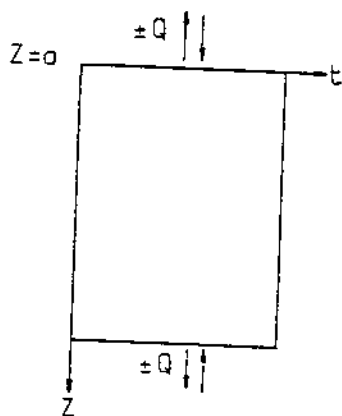
پارامتر حجمی خاک بواسطه منفی تر شدن مقدار بار ماتریک است،  $[L^{-1}]$ .

رطوبت حجمی باقیمانده به میزان رطوبتی اطلاق میشود که در آن وقتی  $h$  سمت منهای

بینهایت میل کند،  $K(h)$  سمت صفر میل نماید.

شرایط اولیه و مرزی :

برای حل معادلات جریان آب و اصلاح، همان خاک بصورت زیر در نظر گرفته شده است (شکل ۱).



شکل (۱) - صورت شرایط مرزی در جریان آب و اصلاح

همانطور که ملاحظه میشود  $Z=0$  در سطح خاک بعنوان مرز فوقانی و  $Z=L$  در عمق خاک

بعنوان مرز تحتانی تعیین گردیده است و  $Z$  بطرف پائین مثبت در نظر گرفته شده است.

شرایط اولیه :

$$h(Z, t) = h_i \quad \text{یا} \quad \theta(Z, t) = \theta_i \quad (7)$$

$$C(Z, t) = C_i \quad (8)$$

$$0 \leq Z \leq L \quad t = 0$$

شرایط در مرز فوقانی :

در سطح خاک سه فرآیند مهم اتفاق می افتد. نفوذ، تبخیر و تعرق و توزیع مجدد. در فرآیند نفوذ

شدت جریانی مانند آب آبیاری وارد پروفیل خاک میگردد و فرض بر آن است که قابلیت نفوذ خاک برابر

شدت جریان آب ورودی است. تازمانی که سطح خاک اشباع است شرط دیریکله (۱) برقرار است.

یعنی مرز از نوع پتانسیل معلوم ( $h=0$ ) است.

$$q(0, t) \leq R(t) \quad (9)$$

$$q(o, t) > 0, R(t) > 0, h(o, t) < 0 \quad 0 < t \leq t_0$$

$$h(Z, t) = 0, Z = 0 \quad (10) \text{ یا}$$

در فرآیند توزیع مجدد که شرایط بدون آبیاری وبدون تبخیر است ، جریان ورودی و خروجی از

سطح خاک صفر است و برآیند جریان معلوم " شرط نوسان (1) " حاکم است (  $q = 0$  ) .

$$q(o, t) = 0 \quad (11)$$

$$\frac{\partial h}{\partial Z} = 1, Z = 0, t > t_0$$

در فرآیند تبخیر و تعرق سطح خاک آب خود را از دست میدهد. شدت پتانسیل تبخیر و تعرق از خاک

به شرایط آتسفر و گیاه بستگی داشته و شدت جریان واقعی خروجی از سطح خاک به قابلیت ماتریکی

خاک در انتقال آب از اعماق پائین تر و رطوبت سطح ایستایی در پروفیل خاک محدود میگردد. در فرآیندها

فوق شرایط رطوبتی خاک نقش مهمی ایفا میکند لذا شرایط مرزی در این فرآیند های پیچیده است و

بیش بینی اینکه چه پدیده ای در سطح خاک حاصل میشود غیر ممکن بوده و می بایستی به روش سعی و

خطا متوسل شد لذا شرایط مرزی در سطح خاک (  $Z = 0$  ) ناپایدار بوده و از قبل نمی تواند پیش بینی

شود و به عبارت دیگر شرایط مرزی واقعی در سطح خاک با توجه به شرایط پیشین در هر مرحله تعیین

میکردد .

(12)

$$q(o, t) \leq R(t)$$

$$R(t) < 0, h(o, t) \geq h_m, t > t_0$$

ملاحظه میشود شرایط مرزی فوقانی شرایطی است. ناپایدار و مدلهایی که با این شرایط مرزی

حل میشوند مدل‌های دینامیک ناپایدار نامیده میشوند. در این مدل‌ها، سطح خاک در طول اولین تکرار بعنوان مرز بادبی واحد معلوم ( شرط نومان ) در نظر گرفته میشود و سپس بتانسیل ماتریک  $(h)$  محاسبه میگردد اگر  $h$  محاسبه شده در رابطه  $h \leq 0$  صدق کرد شرط نومان بعنوان شرط حاکم در مرز فوقانی در طول همه تکرارها ثابت باقی می‌ماند و گرنه سطح خاک بعنوان مرز بادبیاتانسیل معلوم ( شرط دیریکله ) در تکرارهای بعدی در محاسبات وارد میشود. در حالت نفوذ  $h=0$  و در حالت تبخیر  $h=hm$  خواهد بود. (فدس و همکاران (۱) ۱۹۸۸).

شرایط مرزی در مرز فوقانی برای جریان املاح در سه فرآیند نفوذ، توزیع مجدد و تبخیر بشرح زیر است در فرآیند نفوذ ( آبیاری بارانی یا غرقابی ) املاح موجود در آب همراه دبی واحد آب نفوذی در طول زمان آبیاری وارد پروفیل خاک میشوند.

$$q_s = q(o, t) * C_o(t) \quad , \quad q(o, t) > 0 \quad (13)$$

یا

$$C(o, t) = \dot{C}_o \quad 0 < t \leq t_o \quad (14)$$

در فرآیند توزیع مجدد هیچگونه املاحی به سطح خاک وارد و یا از آن خارج نمی‌شود لذا شرایط مرزی چنین است.

$$q_s = 0 \quad , \quad q(o, t) = 0 \quad , \quad \frac{\partial C}{\partial z} = 0 \quad t > t_o \quad (15)$$

در فرآیند تبخیر املاح بدلیل غیر فرار بودن در سطح خاک جمع می‌شوند لذا دبی واحد کلی املاح مساوی صفر باقی می‌ماند.

$$q_s = 0 \quad , \quad q(o, t) < 0 \quad (16)$$

$$t > t_o$$

در روابط فوق:  $t_o$ ، زمان آبیاری  $[T]$ ،  $h(o, t)$  بتانسیل ماتریک در سطح خاک

$R(t)$  مقدار دبی واحد سطحی اعمال شده به سطح خاک بعنوان تابعی از زمان که در حالت نفوذ مقدار آن مثبت ( $R(t) > 0$ ) و برابر مقدار آب آبیاری یا بارندگی است، در حالت تبخیر مقدار آن منفی ( $R(t) < 0$ ) و برابر پتانسیل تبخیری آتمسفر است و در حالت توزیع مجدد مقدار آن صفر است ( $R(t) = 0$ ) [  $LT^{-1}$  ] ، حداقل مکش مجاز در سطح خاک  $h_m^*$  [  $L$  ] ،

-  $q_g$  شدت جریان کلی املاح [  $ML^{-2} \cdot T^{-1}$  ] و  $C_{soil}$  غلظت معلوم در آب آبیاری [  $ML^{-3}$  ] است .

شرایط مرزی در مرز تحتانی :

در مرز تحتانی سیستم نیز دوشروط دیریکله یا نوسان می تواند وجود داشته باشد . در حالتی که سطح ایستابی بالا بوده و مرز سیستم را تشکیل دهد و نوسانات آن اندازه گیری و یا بنحوی محاسبه گردد بطوریکه رقوم سطح ایستابی در هر زمان معلوم باشد شرط دیریکله در مرز تحتانی برقرار خواهد بود در این حالت پتانسیل ماتریک در مرز تحتانی برابر فشار آتمسفر ( $h=0$ ) می باشد . و لذا با اعمال

\* - حداقل مکش مجاز در سطح خاک ( $h_m$ ) می تواند بعنوان یک ثابت اختیاری بایادون تغییر در بر بیود زمان در نظر گرفته شود و یا اینکه بعنوان تابعی از زمان بر طبق شرایط تعادل بین پتانسیل ماتریک خاک و آتمسفر مطابق رابطه زیر محاسبه شود (تایلور<sup>(۱)</sup> ۱۹۷۲ ، فدس و حکاران ۱۹۷۴ و ۱۹۷۵) :

$$h_m(t) = \frac{RT}{Hg} [ L_n(\overline{RH}(t)) ]$$

که در آن :  $R$  - ثابت گاز جهانی [  $J \cdot mol^{-1} \cdot K^{-1}$  ] ،  $T$  دمای مطلق [  $K$  ] ،  $M$  جرم مولکولی آب [  $Kg \cdot mol^{-1}$  ] ،  $g$  شتاب ثقل [  $m \cdot s^{-2}$  ] و  $RH$  رطوبت نسبی هوا [ % ] است .

بودن پتانسیل ماتریک در این مرز، دبی واحد عبوری از آن می تواند محاسبه شود. آزمایشی این شرط مغز شدن پتانسیل ماتریک در مرز تحتانی و از موازداشکال آن حساسیت زیادتغییرات سطح آزاد آب به تغییرات هدایت هیدرولیکی خاک است. در نواحی که سطح ایستابی خیلی عمیق باشد بطوریکه نوسانات آن بر روی مشخصه های هیدرولیکی خاک تاثیر نگذارد شرط نوسان در مرز تحتانی برقرار است یعنی مرز از نوع جریان معلوم در نظر گرفته میشود. مرز از نوع جریان معلوم مرزی است که یا حالت زحکش آزاد  $\frac{\partial H}{\partial z} = 1$  دارد و یا بر روی یک لایه غیر قابل نفوذ  $Q = 0$  (مرز بدون جریان) مستقر است.

با در نظر گرفتن سطح ایستابی در مرز تحتانی وثابت در نظر گرفتن رقوم سفره شرایط مرزی برای جریان آب واملاح چنین است.

$$h(L, t) = 0 \quad (17)$$

$$C(L, t) = C_L \quad (18)$$

که در آن  $C_L$  غلظت املاح در مرز تحتانی است  $(ML^{-3})$ .

حل عددی معادلات جریان آب واملاح :

حل عددی معادلات جریان آب واملاح در خاک هموزن با صرف نظر از پدیده پسماند (۱) بفرقی

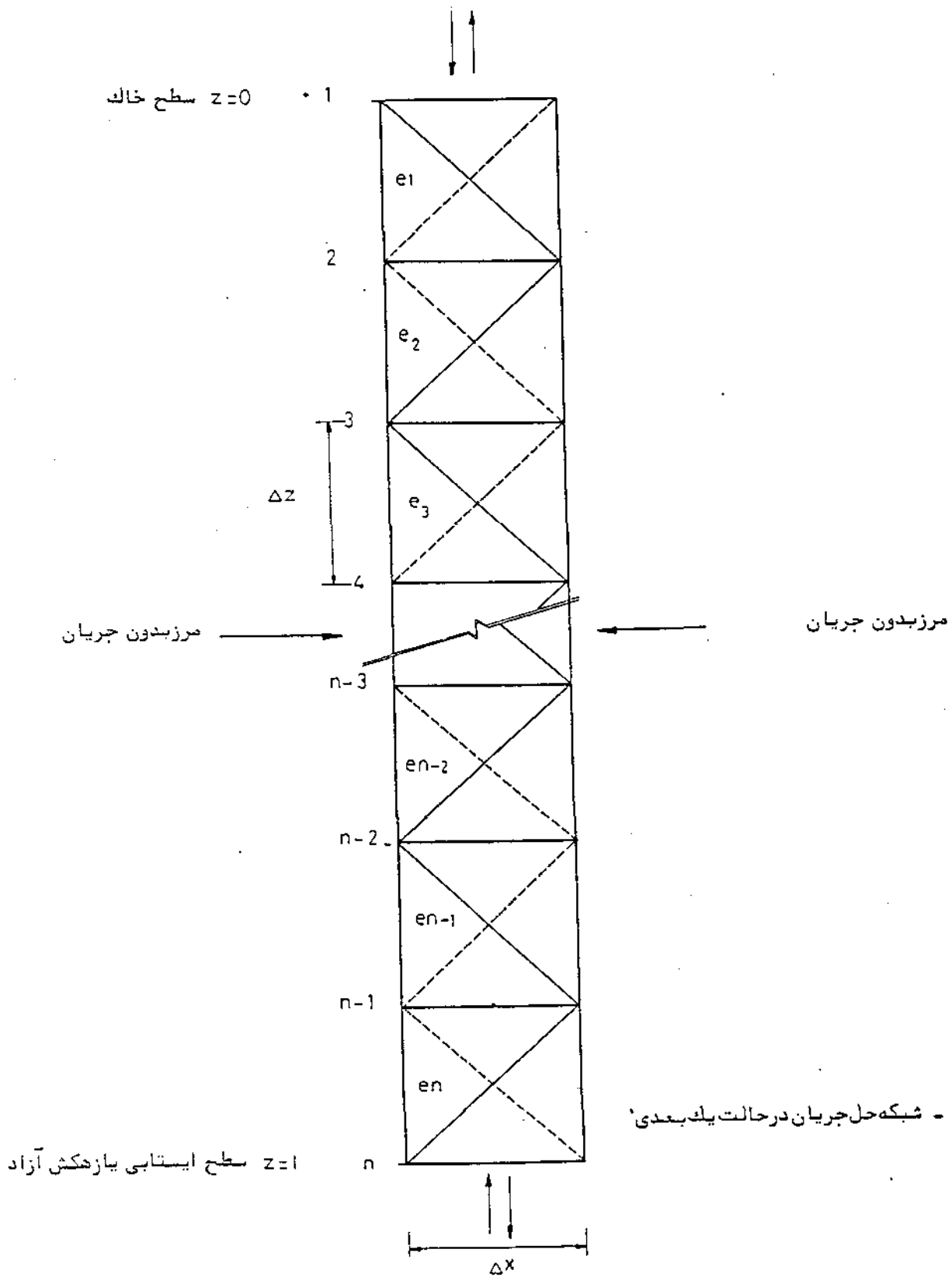
بکنواخت بودن تغییرات رطوبت خاک و همچنین صرف نظر از ته نشینی، تجزیه، جذب سطحی و دفع

بیونی املاح در خاک صورت گرفته است. برای حل معادلات بروش عناصر محدود و المان بندی خاک

بصورت شکل ۲ می آید.



مرز با جریان یا پتانسیل معلوم ( $h, \pm Q$ )



مرز با پتانسیل یا جریان معلوم

حل عددی معادلات جریان آب :

با استفاده از روش عناصر محدود معادله شماره (۱) با جایگزین کردن  $h(Z, t)$  بوسیله

مقادیر تقریبی اش که بفرم سریهای محدود تقریب سازی میگرد حل میشود.

$$h(Z, t) \approx \hat{h}(Z, t) = \sum_{j=1}^n h_j(t) U_j(Z) \quad (19)$$

که در آن:  $n$  شماره گره، تعداد کل گره‌ها در حوزه،  $U_j(Z)$  تابع شکل و  $h_j(t)$

مقادیر مجهول پتانسیل روی گره  $Z$  در زمان  $t$  است.

با قرار دادن معادله شماره (۱۹) در معادله شماره (۱) باقیمانده  $R$  ظاهر میشود که با استفاده از

روش کالرکین و شرط تعادل مقدار باقیمانده صفر میشود.

$$\int_0^L L_w(h) N_i(Z) dZ = 0 \quad i=1, 2, 3, \dots, n \quad (20)$$

که در آن:  $N_i$  تابع وزنی در گره  $i$  است، در متد کالرکین تابع شکل تابع وزنی نیز نامیده میشود

(وانگ و آندرسن<sup>(۱)</sup> ۱۹۸۲). با قرار دادن معادله شماره (۱) در معادله شماره (۲۰) و استفاده

از تئوری گرین و انتگرال گیری جزء به جزء روی مشتقات مرتبه دوم معادله (۲۰) ،

معادله ماتریسی زیر که دارای  $n$  معادله دیفرانسیل معمولی ظاهر میشود.

$$[A_{ij}] \{h_i\} + [B_{ij}] \left\{ \frac{\partial h_j}{\partial t} \right\} = \{F_i\} \quad (21)$$

که در آن :

$$[A_{ij}] = \sum_e \int_e K_h \frac{\partial N_i}{\partial Z} \cdot \frac{\partial U_j}{\partial Z} dZ \quad (22a)$$

$$[B_{ij}] = \sum_e \int_e C_w N_i U_j dz \quad (22b)$$

$$\{F_i\} = - \sum_e \int_r q N_i dz + \sum_e \int_e K_h \frac{\partial N_i}{\partial Z} dz \quad (22c)$$

یا:

$$\{F_i\} = q_0 - q_L + \sum_e \int_e K_h \frac{\partial N_i}{\partial Z} dz \quad (22d)$$

که مقدار  $q$  بصورت زیر تعریف میشود.

$$q = - \left( K_h \frac{\partial h}{\partial Z} - K_n \right) \quad (23)$$

برای حل انتگرالهای فوق ضرورت دارد در ابتدا ضرایب غیرخطی  $K_h$ ،  $C_w$  محاسبه شوند.

این ضرایب همانند پتانسیل ماتریک در عبارات تابع شکل بصورت زیر تقریب سازی میشوند.

(وان کنوجتن (۱) ۱۹۸۰)

$$K_h(Z, t) = \hat{K}_h(Z, t) = \sum_{j=1}^n K_j(t) U_j(Z) \quad (24)$$

و

$$C_w(Z, t) = \hat{C}_w(Z, t) = \sum_{j=1}^n C_{wj}(t) U_j(Z) \quad (25)$$

### انتگرال گیری روی زمان

معادله (۲۱) یک معادله دیفرانسیل مرتبه اول است که برای مشتقات زمان آن می توان

از تقریبات تفاضلات محدود زمان مرکزی کرانک نیکولسون استفاده کرد (وان کنوجتن ۱۹۸۰).

$$\left\{ \frac{\partial h}{\partial t} \right\}^{k+\frac{1}{2}} = \frac{1}{\Delta t^k} (\{h\}^{k+1} - \{h\}^k) \quad (26)$$

که در آن  $k$  بیانگر تراز زمان،  $K+\frac{1}{2}$  نشاندهنده نصف تراز زمان و  $t^k$  کام زمانی است

برای حل معادله (۲۶) می بایستی مقادیر متغیروابسته  $h$  در زمان  $t^{k+\frac{1}{2}}$  تعیین گردد.

$$\{h\}^{k+\frac{1}{2}} = W \{h\}^{k+1} + (1-W) \{h\}^k \quad (27)$$

که در آن  $W$ : فاکتور وزنی انتگرال زمان است که برای آلتور تیم تفاضلات زمان مرکزی کرانک نیکولسون

برابر  $\frac{1}{\Delta t}$  در نظر گرفته میشود.

با قرار دادن معادلات (۲۶) و (۲۷) در معادله (۲۱) معادله جبری، زیرا که در آن مقادیر مجهول

در نصف تراز زمان ارزیابی میشوند حاصل میشود.

$$[P_{ij}]^{k+\frac{1}{2}} \{h_i\}^{k+1} = [Q_{ij}]^{k+\frac{1}{2}} \{h_i\}^k + \{F\}^{k+\frac{1}{2}} \quad (28 \text{ a})$$

که در آن :

$$[P_{ij}] = W[A_{ij}] + \frac{1}{\Delta t_k} [B_{ij}] \quad (28 \text{ b})$$

$$[Q_{ij}] = (W-1)[A_{ij}] + \frac{1}{\Delta t_k} [B_{ij}] \quad (28 \text{ c})$$

برای حل معادله (۲۸) فروری است ضرایب  $C_w$  و  $K_h$  که تابعی از پتانسیل ماتریس

هستند در نصف تراز زمان تخمین زده شوند و لذا لازم است تخمینی از توزیع پتانسیل ماتریک در نصف

تراز زمان  $(k+\frac{1}{2})$  داشت. در شروع هر گام زمانی، این توزیع بوسیله برونیای بیخطی از

توزیع قبل فراهم میگردد (وان گنوجتن ۱۹۸۰).

$$\hat{h}^{k+\frac{1}{2}} = \hat{h}^k + \frac{\Delta t^k}{2 \Delta t^{k-1}} (\hat{h}^k - \hat{h}^{k-1}) \quad (29)$$

که در آن  $t^k$  و  $t^{k-1}$  بترتیب گامهای زمان قدیم و جدید هستند.

پس سیستم بوسیله آلواریتم حذف گویس برای مقادیر  $h^{k+1}$  در کلیه گره ها حل میگردد.

بواسطه طبیعت غیرخطی معادله (۲۸)، اولین تخمین می بایستی بوسیله فرآیند سعی و خطا اصلاح

شود. در هر تکرار آخرین توزیع مقادیر  $h^{k+1}$  با حل معادله (۲۸) و استفاده از معادله (۱۹) فراهم

میکردد. این مقادیر پس با استفاده از رابطه زیر جهت فراهم نمودن یک تخمین اصلاح تسلسله از

$h^{k+\frac{1}{2}}$  بکار میروند.

$$h^{k+\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} (h^k + h^{k+1}) \quad (30)$$

بعد از ارزیابی مجدد فراموشی، معادلات دوباره بوسیله حذف گوی برای مقادیر اصلاح شده

$n^{k+1}$  حل میگردند. عمل سعی و خطا تا آنجا ادامه می یابد که درجه بالایی از همگرایی حاصل شود.

حل عددی معادلات جریان املاح در خاک :

مانند شرحی که برای معادلات جریان آب گفته شد متغیر وابسته  $C$  در معادله انتقال

املاح شماره (۳) بصورت معادله زیر تقریب سازی میشود.

$$C(Z, t) = C(Z, t) = \sum_{j=1}^n C_j(t) U_j(Z) \quad (21)$$

که در آن  $C_j(t)$  مقادیر گرهی غلظت املاح در زمان  $t$  می باشد.

همانطور که در معادلات جریان آب توضیح داده شد با قراردادن معادله (۳۱) در معادله (۳)

و به حداقل رساندن مقادیر باقیمانده با استفاده از روش استاندارد کالرکیس و کاربردن تئوری گرین

و انتگرال جزء به جزء معادله ماتریسی زیر ظاهر میشود.

$$[E_{ij} + R_{ij}] \{C_j\} + [G_{ij}] \left\{ \frac{\partial C_j}{\partial t} \right\} = \{H_i\} \quad (22)$$

که در آن :

$$[E_{ij}] = \sum_e \int_e \theta D \frac{\partial N_i}{\partial z} \frac{\partial U_j}{\partial z} dz \quad (22a)$$

$$[R_{ij}] = \sum_e \int_e q N_i \frac{\partial U_j}{\partial z} dz \quad (22b)$$

$$[G_{ij}] = \sum_e \int_e \theta N_i U_j dz \quad (22c)$$

$$\{H_i\} = \int_r (\theta D \frac{\partial C}{\partial z}) \quad (22d)$$

پارامترهای غیرخطی  $\theta D$ ،  $q$  و  $\theta$  در انتگرالهای  $[E]$ ،  $[R]$  و  $[G]$  مانند غلظت

املاح بغرم زیر تقریب سازی میشوند.

$$\theta D(Z, t) \approx \theta D(Z, t) = \sum_{j=1}^n (\theta D)_j(t) \cdot U_j(Z) \quad (24)$$

$$q(Z,t) = q(Z,t) = \sum_{j=1}^n q_j(t) \cdot U_j(Z) \quad (35)$$

$$\theta(Z,t) = \theta(Z,t) = \sum_{j=1}^n \theta_j(t) U_j(Z) \quad (36)$$

انتگرال گیری روی زمان :

متغیر وابسته  $C$  وابستگی آن نسبت به زمان مشابه پتانسیل ماتریک می بایستی بسازی

نصف گام زمانی بروش تفاضلات محدود زمان مرکزی (روش کرانک نیکولسون) تقریب سازی

شود.

$$\left\{ \frac{\partial C}{\partial t} \right\}^{k+\frac{1}{2}} = \frac{1}{\Delta t_k} (\{C\}^{k+1} - \{C\}^k) \quad (37)$$

$$\{C\}^{k+\frac{1}{2}} = W\{C\}^{k+1} + (1-W)\{C\}^k \quad (38)$$

که در آن  $W = \frac{1}{2}$  می باشد.

با قرار دادن معادلات (37) و (38) در معادله (32) معادله جبری شرح زیر حاصل

میشود.

$$[P_{ij}]^{k+\frac{1}{2}} \{C_i\}^{k+1} = [S_{ij}]^{k-\frac{1}{2}} \{C_i\}^k + [H_{ij}]^{k+\frac{1}{2}} \quad (39a)$$

که در آن "

$$[P_{ij}] = W[E_{ij} + R_{ij}] + \frac{1}{\Delta t_k} [G_{ij}] \quad (39b)$$

$$[S_{ij}] = (W-1)[E_{ij} + R_{ij}] + \frac{1}{\Delta t_k} [G_{ij}] \quad (39c)$$

برای حل معادله (39) ضروری است مقادیر  $\theta$ ،  $q$  و  $D$  در نصف گام زمان تخمین

زده شود لذا ابتدا پتانسیل ماتریک با حل معادلات جریان در نصف گام زمان محاسبه و پس با استفاده

از آن مقادیر  $\theta$ ،  $q$  و  $D$  در نصف گام زمان بدست می آیند با معلوم شدن این مقادیر سیستم

برای تعیین مقدار  $C(Z,t)$  حل میگردد. برای هر گام زمانی جدید، توزیع غلظت در نصف گام

زمان بوسیله برونمایی خطی از توزیع قبلی فراهم میگردد.

$$C^{k+\frac{1}{2}} = C^k + \frac{\Delta t^k}{2 \Delta t_{k-1}} (C^k - C^{k-1}) \quad (40)$$

سیستم سپس بوسیله الگوریتم حذف گوسی برای محاسبه مقدار  $C^{k+1}$  در کلیه گره ها حاصل میشود. بدلیل وجود پارامترهای غیرخطی، مقدار  $C^{k+1}$  پس از محاسبه، برای اصلاح مقادیر  $C^{k+\frac{1}{2}}$  بکار می رود. لذا در هر گام زمانی مقدار  $C^{k+\frac{1}{2}}$  با استفاده از رابطه زیر اصلاح و در تکرارهای بعدی مورد استفاده قرار میگیرد.

$$C^{k+\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} (C^{k+1} + C^k) \quad (41)$$

عمل تکرار تا آنجا ادامه می یابد که بین مقادیر  $C^{k+\frac{1}{2}}$  حاصل از معادلات (40) و (41)

درجه بالایی از همگرایی ایجاد شود.

برنامه کامپیوتری جریان آب و املاح در خاک :

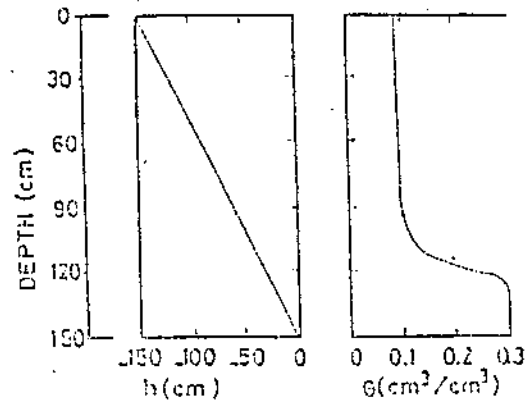
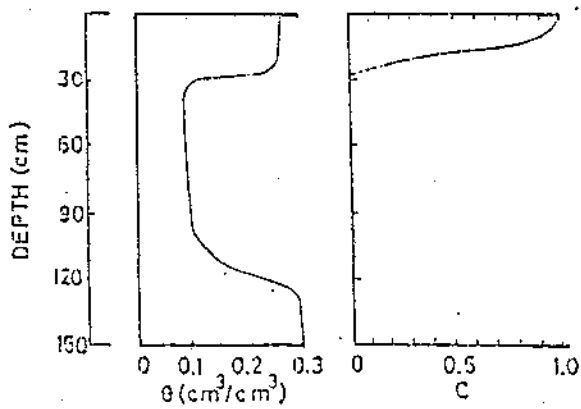
باتوجه به مدل بندی انجام شده بر روی معادلات یک بعدی و ناپایداری حرکت آب و املاح در خاک بر روش عناصر محدود برنامه کامپیوتری بزبان فرترن تنظیم شده است. در این برنامه پتانسیل ماتریس خاک در گره های جبر الحان محاسبه و سپس باتوجه به آن مقادیر غلظت املاح در هر گره محاسبه میشود. اطلاعات مورد نیاز برنامه شامل توزیع اولیه پتانسیل ماتریک، پتانسیل ماتریک در نقطه ورود هوا به خاک، عمق پروفیل خاک، هدایت هیدرولیکی اشباع، رطوبت های اشباع و باقیمانده تبخیر و تعرق پتانسیل، توزیع اولیه غلظت، پتانسیل ماتریک و غلظت املاح در مرز تحتانی، کام زمانی و مکانی و پارامترهای ثابت می باشد.

تست مدل :

بمنظور کنترل صحت و مقم مدل برای حالتی که مرز تحتانی بر روی سطح ایستایی باشد مدل بیکسوز و همکاران در نظر گرفته شد. در مدل فوق نوع خاک مورد آزمایش ماسه ای با مشخصات  $D_{50} = 0.072 \text{ cm}^2 / \text{h}$ ،  $h_e = 239/7 \text{ cm}$  در صد،  $\theta_r = 0.94$ ،  $\theta_s = 30$ ،  $K_s = 17/4 \text{ cm} / \text{h}$ ،  $a = 0.03$ ،  $b = 10$  و عمق خاک معادل 150 سانتیمتر در نظر گرفته شده است. توزیع اولیه پتانسیل ماتریک بصورت خطی و معادل صفر در سطح ایستایی و 150 - در سطح خاک و توزیع



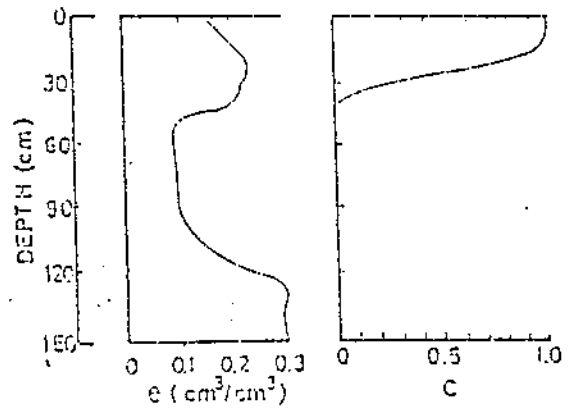
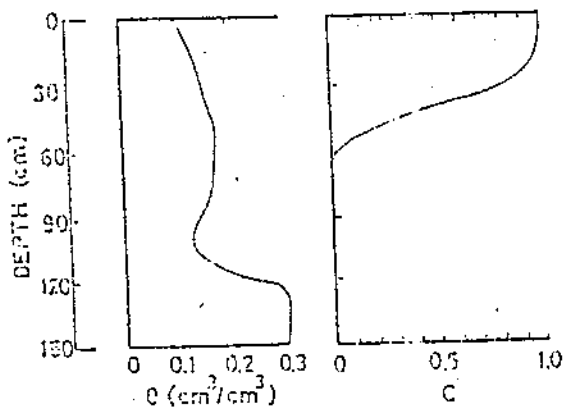




شکل ۳ / توزیع اولیه رطوبت و غلظت املاح پس از ۳۰ دقیقه آبیاری حاصل از مدل بیکنز و همکاران

شکل ۳ / توزیع اولیه رطوبت و غلظت املاح پس از ۳۰ دقیقه آبیاری حاصل از مدل بیکنز و همکاران

بیکنز و همکاران

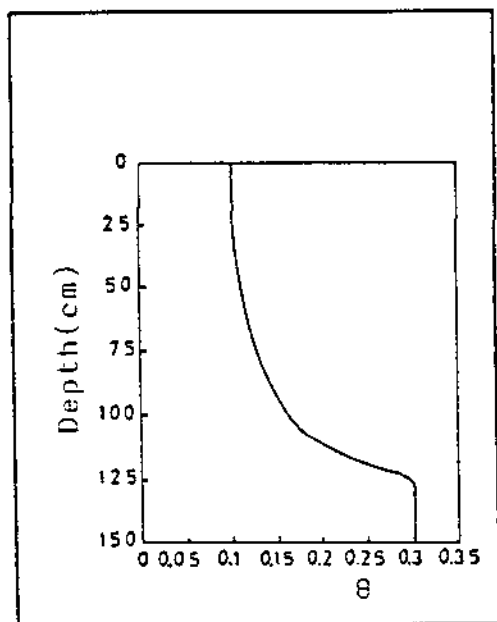


شکل ۴ / توزیع رطوبت و غلظت املاح پس از ۳۰ دقیقه توزیع مجدد حاصل از مدل بیکنز و همکاران

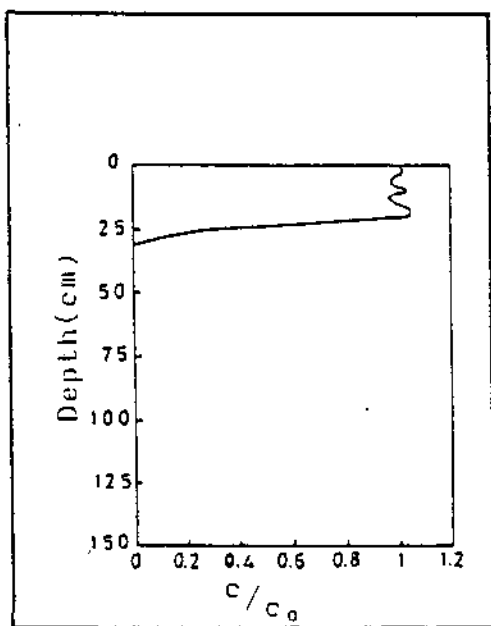
شکل ۴ / توزیع رطوبت و غلظت املاح پس از ۳۰ دقیقه توزیع مجدد حاصل از مدل بیکنز و همکاران

مدل بیکنز و همکاران

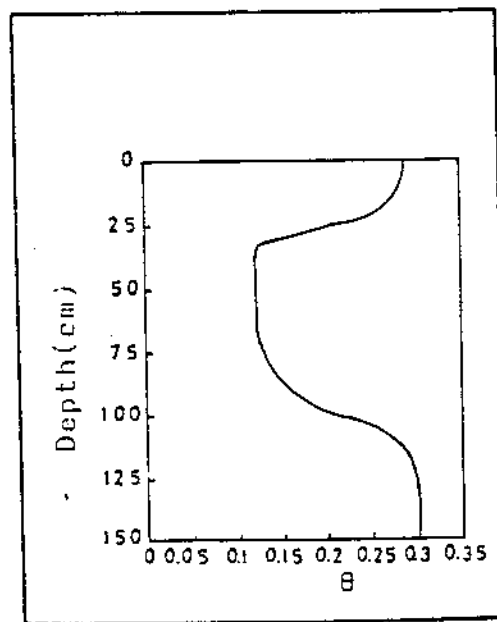
مدل بیکنز و همکاران



شکل (۷) - نمودار توزیع اولیه رطوبت در خاک حاصل از مدل بنیان شده



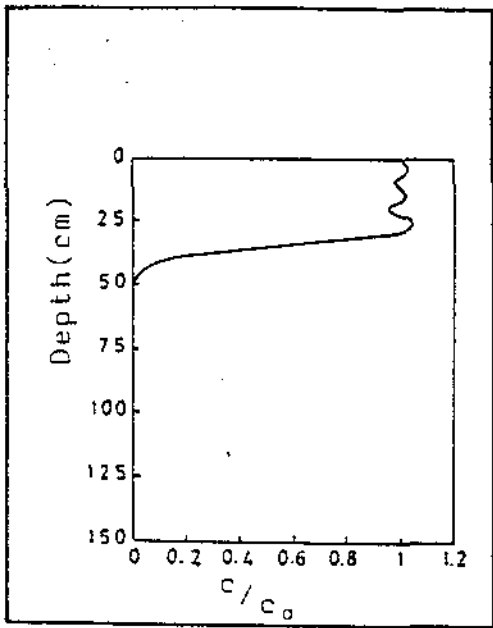
مدل بنیان شده



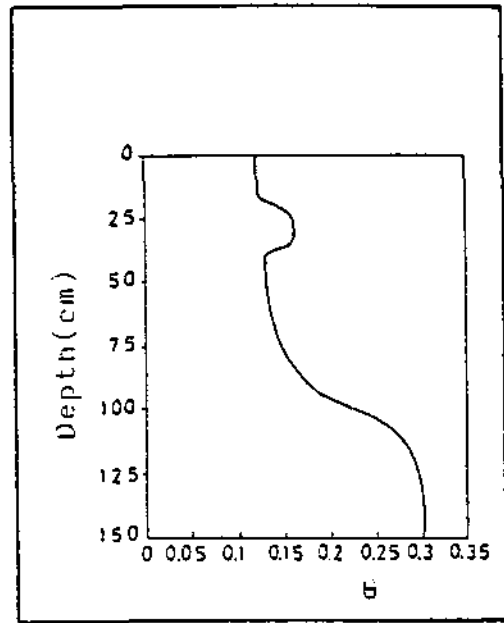
مدل بنیان شده

شکل (۸) - نمودار توزیع رطوبت پس از ۳۰ دقیقه آبیاری حاصل از

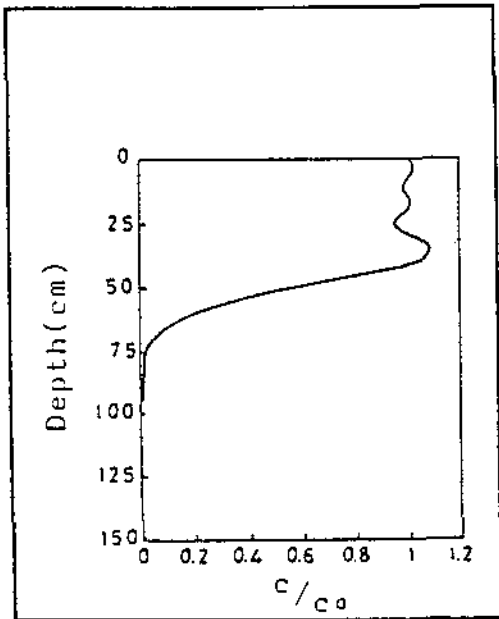
شکل (۹) - نمودار توزیع املاح پس از ۳۰ دقیقه آبیاری حاصل از



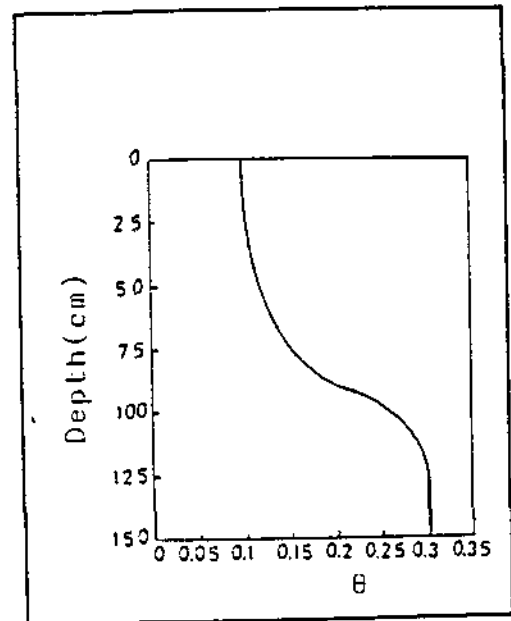
شکل (۱۱) - نمودار توزیع غلظت املاح پس از ۶۰ دقیقه توزیع مجدد حاصل از مدل بنیان شده



شکل (۱۰) - نمودار توزیع رطوبت پس از ۶۰ دقیقه توزیع مجدد حاصل از مدل بنیان شده



شکل (۱۳) - نمودار توزیع غلظت املاح پس از ۳۰۰ دقیقه توزیع مجدد حاصل از مدل بنیان شده



شکل (۱۲) - نمودار توزیع رطوبت پس از ۳۰۰ دقیقه توزیع مجدد حاصل از مدل بنیان شده

## نتیجه گیری و پیشنهادات

### نتیجه گیری

در مدل حاضر که حرکت يك بعمدی آب و املاح را در شرایط غیرماندگار و محیط غیراشباع بررسی میکند نتایج زیر حاصل گردید .

۱- نتایج مدل برای دو حالت تست شد . حالت اول زمانی که سطح ایستابی در نزدیکی سطح خاک و بعنوان مرز تحتانی سیستم باشد که برای این حالت مدل پیکنز و همکاران مرزد استفاده قرار گرفت . حالت دوم زمانی که زهکشی آزاد در مرز تحتانی سیستم باشد که برای این حالت مدل هنکس و برسلر استفاده گردید . در هر دو حالت همخوانی مطلوب حاصل شده لذا بخوبی میتوان از این مدل در پیش بینی و تعیین پروفیل رطوبتی خاک و غلظت املاح در خاکهای مختلف و تحت شرایط و شرایطهای گوناگون استفاده نمود .

۲- در مدلهای حرکت آب و املاح در خاک ، کمیت های غیرخطی نظیر روابط بین پتانسیل ماتریک و رطوبت ، هدایت هیدرولیکی و رطوبت و هدایت هیدرولیکی و پتانسیل ماتریک وجود دارند . صاحب نظران روابط متعددی را برای کمیت های فوق ارائه و در مدلهای خود استفاده نموده اند لیکن بنظر می رسد لازمه تهیه مدل جامع ، بکارگیری روابط پایدار و قابل کاربرد در خاکهای مختلف و با شرایط گوناگون است که با بررسی انجام شده مدل بروکس و کری این خصوصیت را دارا می باشد ، در صورتیکه ضریب ثابت B متناسب با نوع خاک بطور دقیق تعیین شود .

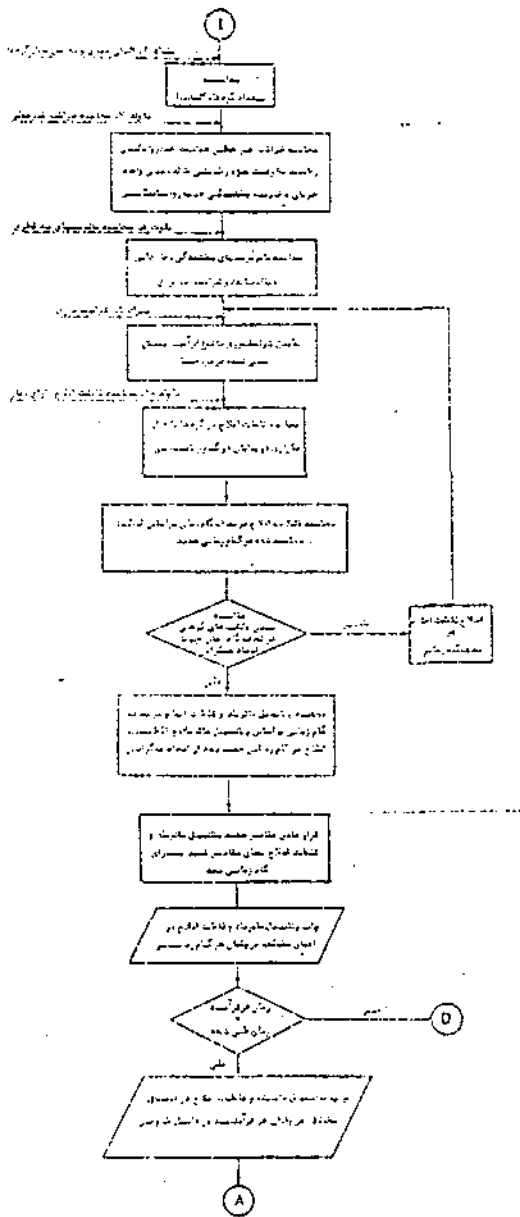
### پیشنهادات

۱- شوری و قلچاقی اکثر خاکها ناشی از بالا بودن سطح ایستابی است و این مشکل در بخش عمده ای از اراضی زراعی کشور مشاهده می شود . در این مدل سطح ایستابی بعنوان مرز پایینی خاک در نظر گرفته شده و تاثیر آن بر روی پروفیل خاک بررسی گردیده ولی نتایج نشان داد که ایستابی در مدل نادیده گرفته شده است . و یا به عبارت دیگر در این مدل با سطح ایستابی ثابت

کار شده است ، از آنجاکه سطح ایستابی در زمانهای آبیاری و در فواصل بین آبیاری همواره در حال تغییر می باشد پیشنهاد میگردد این مدل برای حالتی که تغییرات سطح ایستابی در آن ملحوظ گردد تکمیل شود .

در مدل فرض گردیده است که بین کاتیونهای موجود در محلول خاک و کاتیونهایی که توسط ذرات خاک جذب سطحی شده اند يك تعادل دینامیکی برقرار است هر چند که این فرض قابل قبول است چرا که خاکدانه ها همواره خود را با شرایط محیطی تطبیق می دهند بطوریکه اگر کاتیونهای محلول خاک تحت شرایطی افزایش یابد ذرات خاک ، کاتیونهای بیشتری را جذب می نمایند و تعادل جدیدی را بوجود می آورند . ولی چنانچه بتوان فرآیند تبادل بیونی را در مدل لحاظ نمود جذب کاتیونهای يك و دو ظرفیتی را توسط ذرات خاک در مدل گنجانید بالطبع نتایج واقعی تری از آن حاصل خواهد گردید .





## مأخذ

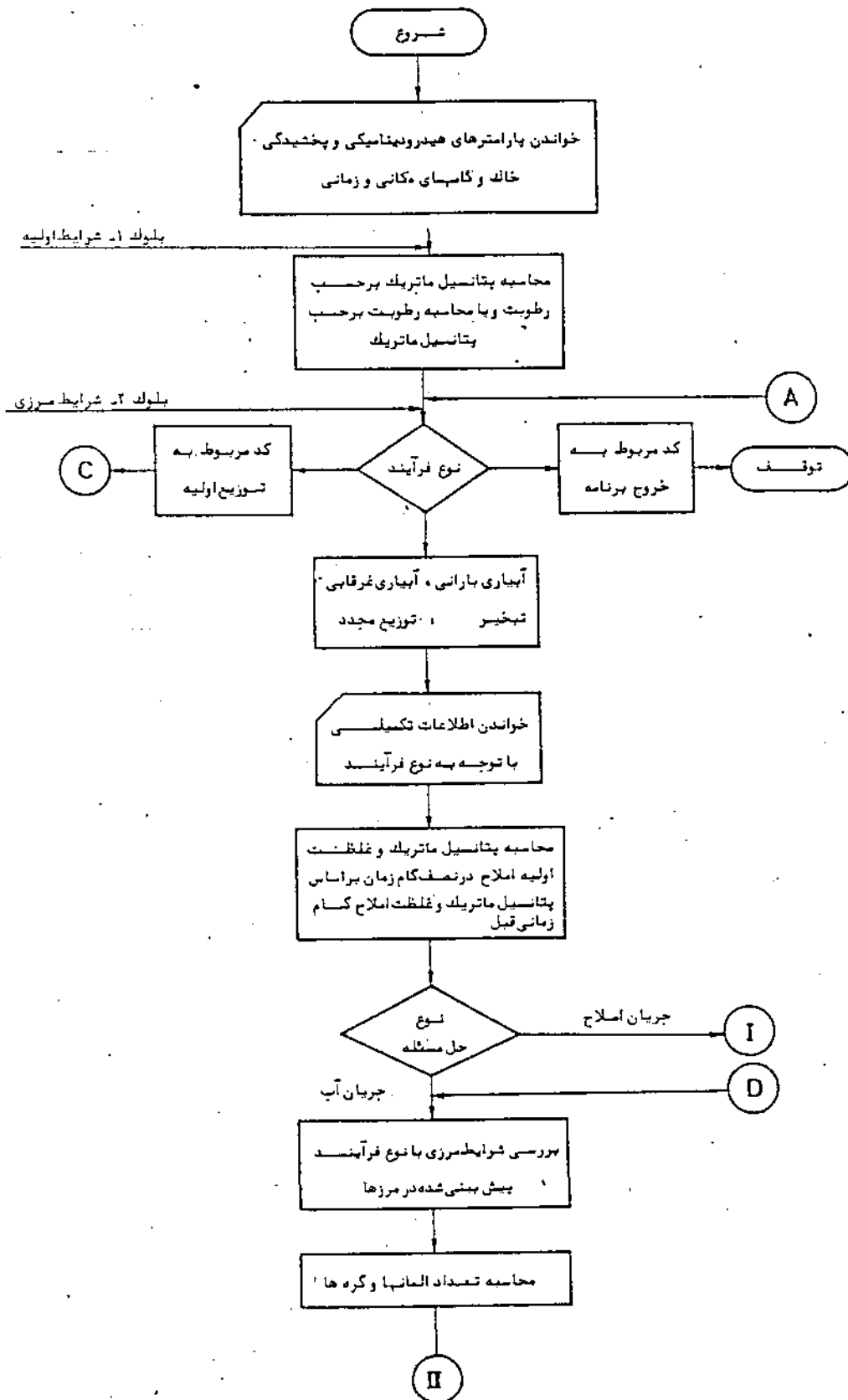
- ۱- بای بوردی محمد . اصول مهندسی آبیاری، جلد اول، روابط آب و خاک، تهران : دانشگاه تهران ۱۳۶۷
- ۲- بای بوردی محمد . فیزیک خاک، تهران، دانشگاه تهران، ۱۳۶۳
- ۳- فرداد حسین . اصول زهکشی و کاربرد آن، جلد اول، دوم و سوم، تهران، دانشگاه تهران ۱۳۶۵
- ۴- میرابزاده مهدی . مدل‌های ریاضی جریانهای زیرزمینی، جزوه درسی - دانشگاه تهران
- ۵- لطفی احمد . بررسی نفوذ آب باران در خاک خشک تا مرحله اشباع - سطح خاک، مجله دانش کشاورزی جلد ۱ شماره‌های ۱ و ۲ (۶۷-۴۰) - ۱۳۶۸
- 6- Guymon et al: A General Numerical Solution of the two - Dimensional. Diffusion - Convection Equation by the Finite Element Method - 1970
- 7- Zienkiewicz O.Y.K. Cheung: The Finite Element in Engineering Science, MC Graw Hill - 1971
- 8- Neuman S.P: Saturated - Unsaturated Seepage by Finite Elements: Journal of The Hydraulics Division Vol.99 No.11/12, December 1973
- 9- Van Genuchten, M.III, Wierenga, P.J.: Mass Transfer Studies in Sorbing Porous Media, Soil Sci, Soc. Am. ,Proc , 40,473-480-1976
- 10-Gaudet, J.P. et al: Solute Transfer, With Exchange between Mobile and Stagnant Water, Through Unsaturated Sand, Soil Sci, Soc. Am, Proc. 41, 665 - 670, 1977
- 11- Wierenga P.J: Solute Distribution Profiles Computed With Steady- State and Transient Water Movement Models, Soil Sci. Soc. Am. J, Vol. 41, 1977



- 12- Pickens, J. and Illiom, R.W.: Finite Element Analysis of  
Solute Transport Under Hysteric Unsaturated Flow Conditions,  
Water Resources Res. Vol.16, No.6, (1071-1078), 1980
- 13- Van Genuchten, M.Th : A Comparison of Numerical Solutions  
of The one-dimensional Unsaturated - Saturated Flow and  
Mass Transport Equations, in : S.Y.Wang, C.V.Alonso,  
C.A.Brebbia, G. Gay and G.F.Pinder(Editors), Finite  
Elements in Water Resources, Proc. 3rd Int. Conf.(1980)
- 14- Verruijt, P. : Theory of Ground Water Flow, The Mac Millan  
Press LTD (1982).
- 15- Wang, H.F. and Larson, M.P : Introduction to Ground Water  
Modeling Prentice Hall and Company, San Francisco (1982 ).
- 16- Bressler, G. and Neale, B.L., Carter, D.L., Saline and Sodie  
Soils Springer-Verlag, Berlin Heidelberg Newyork( 1982 ).
- 17- De Laet, J. : Agricultural Hydrology, Delft-NetherLands  
( 1985 ).
- 18- Campbell, G.S. : Soil Physics With basic , Elsevier Science  
Publishers, New york (1985).
- 19- Nielsen, D.R., Van Genuchten, M.Th, Biggar, J.W : Water Flow  
and Solute Transport processes in The Unsaturated Zone,  
Water Resources Res. Vol.22, No.9, (895-1085)- 1986.

- 20- Feddes R.A. et al : Modelling Soil Water Dynamics in the Unsaturated Zone-State of the ART, *j. of Hydrology*, 100( 69-111 ) - 1988.
- 21- Russo D. : Numerical Analysis of the Nonsteady Transport of Interacting Solutes Through Unsaturated Soil, *Water Resources Res.* Vol.24, NO.1,2 ( 271-290), 1988.
- 22- Russo D. et al : Numerical Analysis of Solute Transport During Transient Irrigation, *Water Resources Res.* Vol.25 No.1,2, (2109-2127 ) -1989.
- 23- Antonopoulos V.Z and Papazafiriou Z.G: Solutions of one - Dimensional Water Flow and Mass Transport Equations in Variably Saturated Porous Media By the Finite Element Method , *j. of Hydrology* , 119( 151-167), 1990 .
- 24- Srivastava R. and Jimmyeh T.C : Analytical Solutions For one Dimensional , Transient Infiltration toward the Water Table in Homogeneous and Layered Soils , *Water Resources Res.* Vol.27, No.5, ( 753-762) 1991 .

دیاگرام برنامه حرکت آب و املاح در خاک



II

محاسبه ثوابع شکل و مشتقات مربوطه

بلوك ۲- محاسبه ضرائب غير خطي

محاسبه ضرائب غير خطي هدايت هيدروليك  
رطوبت و ظرفيت ويژه رطوبتي خاك

بلوك ۴- محاسبه ماتريسيهاي سه قطري

محاسبه ماتريسيهاي انتقال ، ظرفيت و سه قطري

تطبيق شرايط مرزي با نوع فرآيند  
پيش بيني شده در مرزها

بلوك ۵- محاسبه پتانسيل ماتريك باران زمان

محاسبه پتانسيل ماتريك در گره ها با حل تكراري  
در پايان هر گام زماني

محاسبه پتانسيل ماتريك در نصف گام زمان  
بر اساس پتانسيل ماتريك گام زماني جديد

مقايسه نسبي  
پتانسيلهاي ماتريك در نصف گام  
زماني جهت ايجاد همگرابي

اصلاح پتانسيل  
ماتريك در نصف  
گام زماني

D

محاسبه پتانسيل ماتريك در نصف گام  
زمان بر اساس پتانسيل ماتريك در گام  
زماني جديد بعد از ايجاد همگرابي

فرار دادن مقادير جديد پتانسيل  
ماتريك به جاي مقادير قديم براي گام  
زماني بسند

III

